

mit geringer langwelliger Tilgbarkeit verbundenen Erregung durch Kathodenstrahlen naheliegen.

e) Zu den Nebenvorgängen, welche jeder Deutungsversuch der Erscheinungen wird mit berücksichtigen müssen, gehört bei der Photolumineszenz die Veränderung der erregenden Ab-

¹⁴ Handb. d. Exp.-Physik, S. 692 [1928]; A. Hoch, Ann. Physik **38**, 486 [1940].

sorption¹⁴ durch die Tilgung, deren gesonderte Messung noch aussteht und daher anzustreben ist. Wie weit bei der Radiolumineszenz oder der Elektronenanregung die im Grundmaterial allgemein erzeugte Leitfähigkeit¹⁵ eine Rolle spielt, entzieht sich ebenfalls unserer Kenntnis.

¹⁵ A. Becker, Ann. Physik **12**, 124 [1903]; **13**, 394 [1904]; R. Lappé, Ann. Physik **39**, 604 [1941].

Der geometrische Ort für die mittlere Geschwindigkeit bei turbulenter Strömung in glatten und rauen Rohren

Von WILHELM AICHELEN*

(Z. Naturforschg. **2a**, 108—110 [1947]; eingegangen am 21. Dezember 1946)

Es wird gezeigt, daß bei ausgebildeter turbulenter Strömung im glatten und rauen Rohr beim Radius $r = 0,762 r_0$ bei allen Reynoldschen Zahlen die mittlere Geschwindigkeit herrscht (r_0 = Rohrradius). Ein auf dieser Tatsache begründetes neues Mengenmeßgerät wird vorgeschlagen.

Die turbulente Strömung in glatten Rohren spielt in der Technik eine bedeutende Rolle. Sie ist deshalb der Gegenstand zahlreicher ausführlicher Untersuchungen gewesen, die u. a. von Stanton¹, Pannell, Bazin, Schiller² und Herrmann³ durchgeführt wurden. Die letzten und genauesten Messungen auf diesem Gebiet stammen wohl von Nikuradse⁴, der seine Versuche mit Wasser und Rohren verschiedenster Durchmesser durchführte und sie bis zu den höchsten Reynoldschen Zahlen ausgedehnt hat. Alle Experimentatoren haben neben dem Druckabfall auch eingehend die Geschwindigkeitsverteilung untersucht und das Verhältnis der mittleren Geschwindigkeit zur maximalen Geschwindigkeit in Abhängigkeit der Reynoldschen Zahl dargestellt. Jedoch ist nach unserem Wissen der Frage noch keine Beachtung geschenkt worden, bei welchem Radiusverhältnis die mittlere Geschwindigkeit auftritt, und ob sich dieses

Radiusverhältnis in Abhängigkeit von der Reynoldschen Zahl gesetzmäßig erfassen läßt. Einen Beitrag zu dieser Frage soll folgende Arbeit leisten.

Versuche mit Luft

Die Versuche wurden in einem kreisrunden, glatten Rohr mit Luft durchgeführt. Die verschiedenen Luftgeschwindigkeiten wurden durch Regelung der Drehzahl eines Hochdruckventilators eingestellt. An das Druckrohr des Ventilators wurde ein Behälter angeschlossen, dessen Deckelfläche aus einer Gummimembrane bestand. Dieser Ausgleichsbehälter wurde mit dem Meßrohr durch einen Gummiflansch verbunden, so daß die durch den Ventilator verursachten Erschütterungen nicht auf die Meßstelle übertragen werden konnten. Zur Erzielung einer gut ausgeprägten turbulenten Strömung im Meßquerschnitt wurde als Anlaufstrecke ein 6450 mm langes Eisenrohr von 82 mm Innendurchmesser gewählt. Der Einlauf in das Eisenrohr wurde scharfkantig ausgeführt. Um einen möglichst gleichmäßigen Übergang in das eigentliche

* Jetzt Neunkirchen (Saar), Wellesweilerstr. 78. Die Untersuchung wurde im Maschinenlaboratorium der Technischen Hochschule Danzig ausgeführt.

¹ T. E. Stanton, The mechanical Viscosity of Fluids. Proc. Roy. Soc. [London] Ser. A, S. 366 [1911].

² Schiller, Rohrwiderstand bei hohen Reynoldschen Zahlen. Vorträge aus dem Gebiet der Aerodynamik und verwandter Gebiete, Aachen [1929]. Herausgeg. von A. Gilles, L. Hopf u. Th. v. Kármán, Berlin 1930.

³ R. Herrmann, Experimentelle Untersuchung zum Widerstandsgesetz des Kreisrohres bei hohen Reynoldschen Zahlen und großen Anlaufstrecken. Diss. Akademische Verlagsgesellschaft m.b.H., Leipzig 1930.

⁴ J. Nikuradse, Gesetzmöglichkeiten der turbulenten Strömungen in glatten Rohren, Forschungshefte 356 [1932]; Widerstandsgesetz und Geschwindigkeitsverteilung von turbulenten Wasserströmungen in glatten und rauen Rohren, Verh. 3. Intern. Kongr. f. techn. Mech., S. 239. Strömungsgesetze in rauen Rohren, Forschungshefte 361 [1933].

Versuchsrohr zu bekommen, wurde das Verbindungsstück auf einer Länge von 500 mm konisch auf den Innendurchmesser des Versuchsrohrs verjüngt. Das innen glatte Versuchsrohr aus gezogenem Messing mit 65,3 mm Innendurchmesser und 2874 mm Länge war auf einem Holzblock fest gelagert. Der Querschnitt wurde mit einem Staurohr von 1 mm Innendurchmesser abgetastet und die mittlere Geschwindigkeit durch graphische Integration der Gleichung

$$w_m = \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} w r dr$$

bestimmt; hierin bedeuten: w_m mittlere Geschwindigkeit, w jeweilige Geschwindigkeit, r jeweiliger Abstand von der Mitte des Rohres, r_0 Rohrradius.

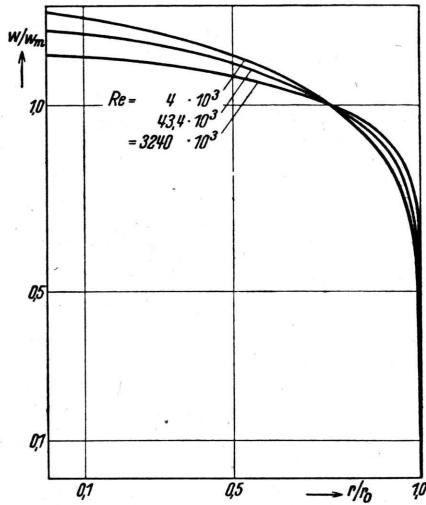


Abb. 1. w/w_m in Abhängigkeit von r/r_0 nach Nikuradse.

Die aufgenommenen Strömungsprofile unterscheiden sich nur unwesentlich von den Meßergebnissen der angegebenen Autoren. Nikuradse misst unmittelbar an der Rohrinnenwand eine endliche Geschwindigkeit. Diesen Meßpunkt verwerfen wir, da er nur in der Art der Messung begründet liegt. Wie Nikuradse an anderer Stelle angibt, herrscht natürlich unmittelbar an der Rohrinnenwand die Geschwindigkeit null.

Die durch graphische Auswertung gefundene mittlere Geschwindigkeit wurde nun in die aufgenommenen Strömungsprofile eingetragen. Es zeigt sich dabei die überraschende Tatsache, daß bei den verschiedensten Reynolds'schen Zahlen der mittlere dynamische Druck und damit die mittlere Geschwindigkeit immer beim selben Radius gemessen wurde (Abb. 1).

Um dieses Ergebnis zu unterbauen, wurden nun noch Meßergebnisse anderer Autoren herangezogen und ausgewertet. Nikuradse⁴ hat Versuche bei den verschiedensten Reynolds'schen Zahlen im Bereich von $4 \cdot 10^3$ bis $3,24 \cdot 10^6$ mit Wasser und Stanton¹ bei drei verschiedenen Reynolds'schen Zahlen mit Luft durchgeführt. Es wurde der Wert des Radiusverhältnisses an der Stelle $w/w_m = 1$ ermittelt und über der dazugehörigen Reynolds'schen Zahl aufgetragen (Abb. 2). Aus Abb. 2 ersieht man, daß die Punkte, die aus den Arbeiten dreier verschiedener Autoren entnommen sind, mit großer Genauigkeit auf einer Parallelen zur Abszisse liegen.

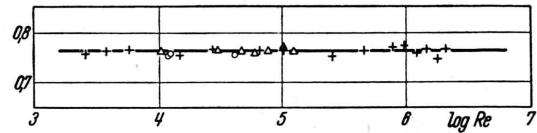


Abb. 2. r/r_0 an der Stelle $w/w_m = 1$ in Abhängigkeit von der Reynolds'schen Zahl für glatte Rohre. (+ Nikuradse [Wasser], Δ Eigene Messungen [Luft], ○ Stanton [Luft].)

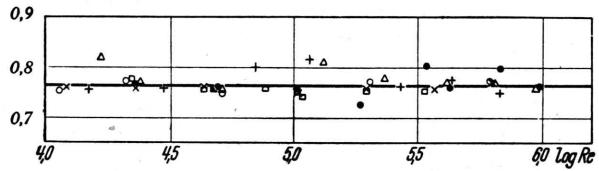


Abb. 3. r/r_0 an der Stelle $w/w_m = 1$ in Abhängigkeit von der Reynolds'schen Zahl für rauhe Rohre. (Rauhigkeit r_0/k : ● 507, ○ 252, △ 126, + 60, × 30,6, □ 15 [nach Nikuradse]; ■ [Stanton].)

Die Ordinate hat den Wert $r/r_0 = 0,762$.

Zur Prüfung der Verhältnisse im *rauen Rohr* wurden wieder Messungen von Stanton¹ und Nikuradse⁴ herangezogen und ausgewertet. Letzterer hat bei exakt definierter Rauhigkeit Versuche durchgeführt. Dabei wurde die Rauhigkeit so erzeugt, daß Sandkörner gleicher, bestimmter Korngröße in das zu untersuchende Rohr eingeklebt wurden und dann aus ihrem Durchmesser und dem Durchmesser des Rohres der Grad der Rauhigkeit bestimmt wurde. Die Rauhigkeit wurde in dem Bereich von $r_0/k = 507$ bis $r_0/k = 15$ verändert, wobei k die mittlere Erhebung der Rauhigkeit bedeutet. Die größte Rauhigkeit beträgt also 15% des Rohrradius. Das Ergebnis ist aus Abb. 3 zu ersehen. Wie zu erwarten war, streuen hier die Punkte mehr als bei glatten Roh-

ren. Sie liegen aber auch hier immer um denselben Mittelwert, und die sinngemäß durch die Punkte gelegte Gerade deckt sich mit der Geraden für glatte Rohre. Man erkennt daraus, daß die Rauhigkeit keinen Einfluß auf den Durchmesser des ausgezeichneten Zylindermantels hat.

Es sei noch erwähnt, daß L. A. Ott⁵ mit einer Gleichung, die sonst kaum die Gesetze der turbulenten Strömung erfüllt, Geschwindigkeitskurven aufstellt, die sich in einem ähnlichen Punkte schneiden.

Neues Meßgerät

Auf Grund der neuen Erkenntnis läßt sich ein sehr einfaches, aber trotzdem sehr genau arbeitendes Meßgerät entwickeln. Eine seiner Ausführungen besteht z. B. darin, daß man einen Meßring mit gleichem Innendurchmesser wie die Rohrleitung zwischen zwei Flansche derselben einbaut. In diesem Meßring ist ein Staurohr so angeordnet, daß es genau auf dem ausgezeichneten Zylindermantel den dynamischen Druck mißt, der als identisch mit dem mittleren dynamischen Druck erkannt wurde. Aus ihm läßt sich, wenn die Zustandsgrößen des Mediums bekannt sind, die mittlere Geschwindigkeit und damit auch die durchfließende Menge nach den bekannten Gleichungen

$$w_m = \sqrt{\frac{2g}{\gamma} \Delta P} \quad [\text{m/sec}]$$

$$G = F w_m \quad [\text{m}^3/\text{sec}]$$

$$G' = \gamma \cdot F \cdot w_m \quad [\text{kg/sec}]$$

bestimmen. Hierin bedeuten: ΔP [kg/m^2] mittlerer dynamischer Druck, γ [kg/m^3] spezif. Gewicht des Mediums, g [m/sec^2] Erdbeschleunigung, F [m^2] Querschnitt der Rohrleitung, G [m^3/sec] bzw. G' [kg/sec] durchfließende Menge.

Einen Aufschluß über die Genauigkeit dieser Geräte geben uns die in Abb. 1 bis 3 dargestellten Meßergebnisse, nach denen in glatten Rohren bei der größten Streuung ein Fehler in der Geschwindigkeitsmessung und damit auch in der Mengenmessung von höchstens 0,7 % auftreten würde. Selbst bei den größten Abweichungen dieser Werte im rauen Rohr beträgt der Fehler höchstens 2,5 %. Bei gut ausgebildeter turbulenten Strömung ist also die Genauigkeit dieser Geräte bei glatten Rohren weit größer als bei den bisher bekannten Meßgeräten und der Fehler selbst bei rauen Rohren etwa von der Größe der zugelassenen Fehler der Normgeräte. Der große Vorteil des neuen Gerätes besteht jedoch in der Einfachheit der Herstellung und dem geringen Druckverlust.

Sind Krümmer oder Absperrorgane nicht genügend weit von der Meßstelle entfernt, oder kann eine gut ausgebildete turbulente Strömung nicht gewährleistet werden, so könnte man auf dem ausgezeichneten Zylindermantel zwei oder mehrere Staurohre anbringen. Der Mittelwert aus den Ablesungen ergibt auch dann noch mit genügender Genauigkeit den mittleren dynamischen Druck der Strömung.

⁵ L. A. Ott, Wassermessung bei Wasserkraftanlagen, Wasserkraftjahrbuch 1924, S. 263.